

认知负荷理论下中美高中数学习题比较

——以“统计与概率”为例*

郭浩然 李书海 (内蒙古赤峰学院数学与计算机科学学院 024000)

李 丽 (济南大学数学科学学院 250001)

摘要 采用文本分析法、统计量化法和比较研究法,选取现行使用的人教A版、北师大版和美国CPM版高中数学教材为研究素材,以“统计与概率”为研究对象,分别从三版教材的习题呈现方式、认知水平、难度等三个维度进行统计分析.并基于研究结果和认知负荷理论,对我国高中数学教材的修订与编写提出以下建议:注重数学教材与其他科学知识的联系;降低习题的无意义重复;注重习题的分层设计.

关键词 认知负荷;习题比较;统计与概率

文章编号 1004-1176(2023)02-0058-03

1 理论基础

认知负荷理论^[1]以图式理论、认知资源有限理论和记忆理论为基础,于1988年由澳大利亚心理学家 John Sweller 首次提出,并将其应用于教育领域^[2].认知负荷理论可以探究不同内容的任务对学习者的认知资源的占用,也可以分析学习者对于不同知识的内化过程.由此,认知负荷理论成为了国内外教育研究的重要内容之一.学者 Paas^[3]将认知负荷理论分为了 mental effort 和 mental load 两部分,并将其应用在教育心理学的研究上.国内学者林崇德、辛自强^[4]在前人研究的基础上将认知负荷与代加工信息之间的关系进行了量化分析.由此可见,认知负荷理论在教育研究中的研究成果丰硕,研究价值也相当可观.

2 研究设计

2.1 研究对象

统计与概率是高中数学重要内容之一,同时也是现代课程中各国争相引入的内容.近些年,中美两国都对该领域内容进行了多次课程改革,教育部在2003年颁布的《普通高中数学课程标准(实验)》^[5]首次将概率与统计内容纳入高中数学必修部分,2010年,美国 National Governors Association 推出的 *Common Core State Standards for Mathematics* 中规定概率与统计内容是数学课程的核心内容之一.

教材是课程改革的载体,是教师上课的依据,也是师生交流的重要桥梁^[6].因此,本文选择国内正在使用且使用范围较广、时间较长的人民教育

出版社教材(以下简称人教A版)、北京师范大学出版社教材(以下简称北师大版)以及美国 Glencoe/Mc Graw Hill 公司2009年出版的高中数学教材 *Core-Plus Mathematics*(以下简称 CPM 版)为研究对象进行比较分析.

2.2 研究方法

本文主要采用文本分析法、统计量化法和比较研究法,利用相关学者建立的习题分类模型、习题认知水平模型等,对中美三版教材中“概率与统计”部分习题进行多维度统计分析.

3 研究内容

3.1 习题呈现方式的比较

习题的呈现方式体现了数学教材编者的编写风格和编写特色^[7].不同的呈现方式对学生的解题也会产生差异,从而给学生带来不同的认知负荷.基于此,笔者对三版教材中的习题栏目设置进行分析比较,具体内容如表1所示.

表1 习题呈现方式的比较

教材	小节内容	章节内容
人教A版教材	练习,习题A,B组	复习题A,B组
北师大版教材	练习,习题A,B组	复习题A,B,C组
	Applications(应用类习题)	
	Connections(联系类习题)	
CPM课程教材	Reflections(反思类习题)	无
	Extensions(拓展类习题)	
	Review(复习类习题)	

通过对三版教材中习题的呈现方式的统计,可以得出以下结论:

(1) 人教A版教材和北师大版教材的习题形

* 本文系赤峰学院民族教育研究所和赤峰学院教育硕士专项课题(cfyxyjss12003)的研究成果.

式多样,每小节习题都分为“练习、习题A组、习题B组”三部分.进一步研究发现,三部分习题都是以基础题为主,主要考查和巩固学生对知识的理解和掌握程度.不同的是,根据知识点模块,人教A版教材的章末习题分为了“复习参考习题A组和B组”,而北师大版则具体分为了“复习参考习题A,B,C三组”,综合来看,A组习题以更具有针对性的基础题为主,B组习题难度略高于A组,以考查学生知识运用能力的综合题为主,而C组习题多为探究类习题,可见北师大版教材更加注重培养学生的探索精神和动手能力.

(2)CPM版教材将习题细分为“应用、练习、反思、拓展、复习”五大类型,应用类习题是对学生所学新知的巩固,多为基础题;联系类习题是对先前所学知识和新知的综合运用,主要考查学生对新知的掌握程度;反思类习题是对新知理解的加深;拓展类习题多为综合题,考查学生的知识运用能力;复习类习题是对新知的整理复习,目的是帮助学生对所学新知进一步复习深化.由此可见,在习题呈现方面,CPM版教材较中版教材层次性更强,内容也更为丰富.

3.2 习题认知水平的比较

学者顾泠沅在布鲁姆目标分类的基础上,将数学习题的认知水平分为四个层次架构:计算操作水平、概念记忆水平、领会理解水平、分析探究水平^[8].依据此分类标准,对三版教材中“统计与概率”部分习题进行分类统计如表2所示.

表3 习题综合难度的比较

难度因素	题量/个			加权平均			
	人教A版	北师大版	CPM版	人教A版	北师大版	CPM版	
习题性质	模仿型	90	124	103	2.43	1.61	2.62
	迁移型	82	61	221			
	探究型	11	7	67			
习题背景	无背景	41	37	107	2.26	2.08	2.32
	生活背景	129	150	263			
	科学背景	13	5	21			
习题知识点含量	1个	67	77	87	1.56	1.41	1.65
	2~3个	110	111	287			
	4个及以上	6	4	17			

由表3可以看出:三版教材的“习题背景”难度系数都大于2,且相差不大,说明三版教材习题在该因素上难度水平较高;在“习题性质”因素方面,人教A版与CPM版教材难度水平显著高于北师大版,说明二者更加注重对于统计与概率知识的理解与应用;在“习题的知识点含量”方面,三版教材难度水平差异最小,且难度系数均小于

表2 习题认知水平比较

	计算操作水平	概念记忆水平	领会理解水平	分析探究水平	小计
人教A版	50/27.3%	47/25.7%	68/37.2%	18.0/9.8%	183
北师大版	45/23.4%	54/28.1%	71/37.0%	22/11.5%	192
CPM版	113/28.9%	61/15.6%	142/36.3%	75/19.2%	391

在计算操作水平方面,人教A版和CPM版教材中所占比例相似,分别为27.3%,28.9%,北师大版所占比例最少;CPM版教材中概念理解水平习题比例最少,不足总习题量的五分之一,可见CPM版教材对于概念记忆类习题关注度较低;领会理解水平习题在三版教材中所占比例相似,说明三版教材更加注重知识的理解与应用;分析探究水平的题目比例相差较大,CPM版教材要比人教A版教材高7.7%,比北师大版教材高9.4%.

3.3 习题难度的比较

习题有大题小题之分,不同题目所占分量不同,综合难度亦有差距.因此,本文选择国家社科基金项目“高中数学教材难易程度的国际比较研究”中的标准对三版教材中的习题难度进行划分,以便统一单位:习题难度由习题的性质、背景、知识点含量三方面决定,其中,习题性质分为模仿型习题、迁移型习题以及探究型习题三个级别;习题背景分为无背景类习题、生活背景类习题和科学背景类习题;知识点含量分为1个、2~3个、4个及以上三个级别.习题难度、习题背景和习题知识点含量的权重分别为0.4,0.4,0.2.

2,说明三版教材在习题知识点综合分布方面都比较均衡,未出现“畸轻畸重”的现象.总体来说,人教A版与CPM版教材的综合难度高于北师大版.

4 对我国高中数学教材修订的建议

(1)注重数学教材与其他科学知识的联系.荷兰教育家弗赖登塔尔在其《作为教育任务的数学》

一书中提到:在学习过分数之后,就应该把概率内容渗透到所有的数学中去^[9].美国的《标准》中也明确要求:加强代数和几何思想与概率的联系,学生就能够在已有知识的基础上对整个数学体系的知识建立新的理解.因此,国内教材应当顺应时代发展的要求,拓展课程的广度与深度,积极建立数学与其他科学知识的联系,以降低学生对于新知识的陌生感,减少学生由于经验不足所带来的内在认知负荷及外在认知负荷^[10].

(2) 降低习题的无意义重复.人教A版和北师大版教材在习题数量上远低于CPM版教材,且与例题形式相同或直接模仿例题解答的习题所占比重较大.因此,人教A版和北师大版教材应在注重“四基”的前提下,适当借鉴下CPM版教材的习题设计,多设置些能够培养学生能力的开放探索类习题,降低反复无意义习题的比例,从而降低由于学习材料实用性不强而带来的内在认知负荷.

(3) 注重习题的分层设计.在对习题的呈现方式分析中发现,人教A版将习题分为了“练习题”“习题A,B组”,北师大版则分为了“练习题”和“习题A,B,C组”,在一定程度上对习题进行了细化分层,而CPM版教材根据不同的知识技能目标,将习题分为“应用、联系、反思、拓展、复习”五个层次,还根据不同层次的要求分配了不同的习题数量.因此,人教A版和北师大版教材可以参考CPM版教材中的习题呈现方式,对习题进行更加细化的分层设计,减少由于习题不合理的分布给

学生带来阻碍知识建构的外在认知负荷^[11].

参考文献

[1] 赵俊峰. 解密学业负担:学习过程中的认知负荷研究[M]. 北京:科学教育出版社,2011:11,47.

[2] Sweller J. Cognitive load during problem solving: Effects on learning [J]. Cognitive Science, 1988, 12 (2): 257-285.

[3] Pass F, Van Merriënboer J. Variability of worked examples and transfer of geometrical problem-solving skills: A cognitive-load approach[J]. Journal of Educational Psychology, 1994, 86: 122-133.

[4] 唐剑岚,周莹. 认知负荷理论及其研究的进展与思考[J]. 广西师范大学学报(哲学社会科学版), 2008, 44(2): 75-83.

[5] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(实验)[M]. 北京:人民教育出版社,2004.

[6] 綦春霞. 数学问题解决在中国的研究历史及其影响[J]. 课程·教材·教法, 2007(12): 32-35.

[7] 唐恒钧,张维忠. 问题链教学的理论与实践[M]. 上海:华东师范大学出版社,2021: 49-51.

[8] 蒋荣清. 基于认知负荷理论的数学课堂教学策略[J]. 数学通报, 2018(1): 39-42.

[9] 刘丽娟. 中美高中教材三角函数内容比较研究[D]. 长春:东北师范大学,2013.

[10] 陈巧芬. 认知负荷理论及其发展[J]. 现代教育技术, 2007, 17(9): 16-19.

[11] 赵东华. 论认知负荷理论及对翻转课堂设计的效应启示[J]. 中国成人教育, 2016(19): 94-96.

(上接第 57 页)

朝廷,受到了皇上接见. 接下来的仕途似乎一片光明,实际上却更为坎坷. 其中有两位关键人物:吴潜与贾似道. 吴潜是南宋末年大文豪,也是一位朝廷要员. 吴潜于1251年3月份入京为参知政事,拜右丞相兼枢密使,但随后被贾似道等人排挤,而此时秦九韶已经投入吴潜幕府. 贾似道也是南宋晚期重要权相. 1258年正月,秦九韶拿着贾似道的推荐书去投靠李曾伯,李曾伯任命其代理琼州守,为官几个月,有人状奏朝廷,随后被罢免,之后由吴潜推荐到平江府筹粮,又遭弹劾免职. 1260年,秦九韶被任命知临江军(今江西省樟树市),刘克庄状奏朝廷,写下了《缴秦九韶知临江军奏状》,随后九韶去职. 之后在梅州任了地方官,直至去世.

由此可见,在那个尔虞我诈的南宋晚年,秦九韶被卷入了可怕的政治斗争,各种利益斗争致使秦九韶像一叶孤舟飘荡在不平的风波中而处处受阻. 刘

克庄的《缴秦九韶知临江军奏状》就是在这种情况下出现的,它是宋理宗、贾似道打击吴潜抵抗派活动的一部分,是适应贾似道的政治需要而产生的^[1],我们大可不必深信. 相反我们从《数书九章》中看到的是一个忧国忧民、胸怀大志、身体力行,将数学应用于国家建设、行政管理的实践派形象^[2].

越来越多的人都在缅怀这位旷世奇才,2000年12月坐落在其出生地——四川安岳县的“秦九韶纪念馆”正式开馆,而秦九韶与李冶、杨辉、朱世杰也被世人尊称为“宋元数学四大家”.

参考文献

[1] 郭书春. 论中国古代数学家[M]. 北京:海豚出版社, 2017: 209.

[2] 徐品方. 《数书九章》研究:秦九韶治国思想[M]. 北京:科学出版社,2016:190.