稳中求新　回归本源

——2014 年江苏高考数学试题评析

何　明　（江苏省海安县教育局教研室　226600）
阙东进　（江苏省海安高级中学　226600）

2014 年江苏省高考数学试题，继续坚持“立足基础，稳中求新，注重能力，正确导向”的命题思路与风格. 在考查基础知识和基本技能的基础上，注重对数学思想和方法的考查，注重对数学能力的考查，注重展现数学的科学价值和人文价值. 试题具备基础性、层次性、现实性和综合性，对知识和能力实现了多角度、多层次的考查，达到了全面考查综合数学素养的考试要求.

1　试卷的总体分析

2014 年江苏高考数学卷总体平和、平稳，试题在基础知识、基本技能、基本数学思想方法等三个方面的考查全面兼顾，同时又注重实际应用能力，以及创新能力的考查，在体现了学科思想的同时，关注人文，与时俱进，体现了江苏特色.

在肯定和坚持去年成功命题做法的基础上，对部分试题的难度及区分度做了一定的微调，以进一步优化整卷结构，提高选拔功效，回归高考本源.

1.1　注重回归教材，贴近中学实际，体现考教一致

试卷中占很大一部分比例的试题直接源自课本例、习题，通过适度的改编、嫁接、整合而成，考查了平常教学中的主干知识和方法，如第 1～4，6～9，15，16，18，19(1)题，以及理科附加第 21，22 题等，有些容易题甚至就是课本题的简单搬运. 在部分把关题上，基本摒弃了考而未教的试题，自觉淡化了试题的竞赛风味，通俗易懂，贴近学生实际能力，如第 12～14 题，难度较去年有所降低. 甚至在第 19(3)，20(3)，23(2)等把关题上，问题的提出也是基于学生所十分熟悉的知识背景，完全克服了试题奥赛化的倾向，成功体现了考教一致性原则，对中学数学教学具有良好的导向作用.

1.2　强调通性通法，注重背景公平，突出思想方法

试题注重解题思路方法的多样性和入口的宽泛性. 一方面，试题中无偏题、怪题、超纲题，强调通性通法的考查，加强对中学数学知识中所蕴含的基本数学思想方法的考查；另一方面，尽量使试题解答时入口宽，易于入手，为考生营造一个良好的答题氛围. 这对中学数学教学中培养学生形成正确的数学观有十分重要的导向作用.

较多试题要求运用基本数学思想方法寻找解题思路，如第 9，10，12，13，17，18 以及附加题第 21C 题涉及数形结合思想方法的运用；第 10，19(3)题以及附加题第 22 题涉及分类讨论思想方法的运用；第 5，10，11，19，20 题以及附加题第 23 题涉及函数与方程思想方法的运用；第 12，14，18，19，20，23 题涉及化归与转化思想的运用.

对运算求解、推理论证、数据处理、抽象概括和空间想象能力的考查有较高要求，尤其对运算结果的精确性，代数推理的严谨性，答题过程的规范性和条理性要求严格.

1.3　难度科学搭配，适合各类考生，人人收获成功

试题第 1～ 9 题，第 15，16，17(1)，18(1)，19(1)，20(1)题，以及附加题第 21 题均为容易题，第 10～14，18(2)，19(2)，22，23(1)均为中档题，第 19(3)，20(3)，23(3)为较难题. 试卷难易搭配科学、合理，层次分明，由易到难，坚持“起点低，入口宽”的呈现方式，编排符合考生心理，且区分显著，能有效实现高考的选拔功能.

与去年相比，今年填空题第 13，14 题的难度继续降低，让更多的学生有得分机会. 解答题第 19，20 两题均设置了三小问，且层次分明，区分明显，第(1)问多数学生能轻松拿分，思维起点很低，第(2)问中等生能有所斩获，第(3)问则思维起点高，构造性强，对思维的深刻性、创造性要求很高，较去年难度略有攀升，基础一般和中等的学生根本无法深入，这给优等生提供了良好的展示平台，这种命题的思想和思路应成为方向.

1.4　坚持能力立意，重视数学素养，凸显选拔功能

“能力立意”是高考命题的一贯指导思想，也是多年实践的成功法宝，着重体现在思维能力的考查. 一是从不同思维层次上进行考查，表现为考生能否直接抓住问题的本质，以简洁的思维解决问题，如第 3，7，10，17(2)，19(2)，20(2)，21C 等试题，思维层次低的学生只能以通过重复机械训练而来的记住的方法解决，而思维层次较高的学

生则能选择捷径，以简洁快速的方式求解，可谓事半功倍，体现了考生思维层次的差异；二是从思维的严谨性考查，第 15，16，17(1)，19(1)，20(2)题等，要求考生不仅能写出最终结果，对推理、运算过程的条理性、规范性等要求十分严格，必须步步有据，环环相扣，表达到位，体现较好的数学基本素养；三是从思维的深刻性方面进行深层次的考查，如第 19(3)，20(3)，23 题，均为证明题，让优等生的探索能力、创造性解决问题的能力得到了充分展示；另对应用能力的考查也得以充分体现，如第 6，18 题，以学生熟悉的材料为背景，难度适中，应用性强，同时也体现人文关怀和时代气息.

1.5 创新匠心独运，考查应变能力，检测数学潜能

2014 年江苏高考数学试题不乏创新亮点，其中第 16 题改变以往立体几何试题中，数据仅用于计算的现象，首次出现通过数据的关系论证位置关系，让人耳目一新；第 18 题一改应用问题局限在三角、函数（方程、不等式）等相对固定知识模块上的状况，考生不仅可以用三角知识解题，亦可建立坐标系，用解析几何方法求解，还可只运用初中知识解决；第 20 题是一道信息迁移题，即时定义“H 数列”，题材新颖，结构独特，思维富于灵活性与创造性，考生必须即时发挥，“现场自学”，是对考生综合素养和潜能的考查，真实可靠，公平合理.

2 部分试题的评析

2.1 填空题部分

第 3 题考查流程图，虽属于容易题，但在解题耗时上有不同层次的区分，思维敏捷的学生会直接由 $2^4<20$，$2^5>20$ 得出结果为 5，而不需要将 n 从 0 开始，一步一步地机械地执行循环，直至停止循环，当然这也能求得结果，但太慢了. 可见，容易题也是有隐性区分功能的.

第 7 题考查等比数列基本量，属于容易题. 除了常规的基本量法，列方程组求出 a_1，d 后求解. 思维灵活的学生会由 $a_8=a_6+2a_4$ 直接约去 a_4，得 $q^2=2$，从而 $a_6=a_2q^4=4$，这样可以减少运算量，提高效率.

第 9 题考查直线被圆截得的弦长问题，属于容易题，但本题的结果 $\frac{2\sqrt{55}}{5}$ 令人生疑，以致不少考生二度演算. 这种命题设计既考查了考生的基本运算能力，又检验了考生的考试心理.

第 10 题考查三个“二次”问题，属于中等题. 一般方法为运用分类讨论思想及数形结合思想解决，但较为繁琐. 实质上可以回避分类讨论，因为对于开口向上的二次函数在闭区间上恒小于 0，只要最大值小于 0，而最大值只能是区间端点对应的函数值，即只要 $f(m)<0$，且 $f(m+1)<0$，遂不难求得结果.

第 11 题通过对一个不很熟悉的代数函数考查导数的几何意义和导数的运算，属于中等题.

第 12 题考查平面向量的数量积，属于中等题. 亦是常规的典型问题，解法上除了基底思想，也可建立坐标系用解析法求解.

第 13 题考查分段函数、周期函数、零点等知识，考查数形结合思想，属于中等题. 题设实际已经暗示利用图象解题.

第 14 题考查正、余弦定理，基本不等式，属于较难题. 试题简朴、通俗，表面上考查三角形问题，实质考查基本不等式的应用，问题可化归为“已知 $a+\sqrt{2}b=2c$，求 $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$ 的最小值”，主要考虑减元的解题策略，将问题进一步化归为“求齐次式 $\frac{3a^2+2b^2-2\sqrt{2}ab}{8ab}$ 的最小值”，遂不难求得结果. 本题知识交汇自然，构思新颖，命题精巧.

2.2 解答题部分

第 16 题第(2) 小题证明线线垂直，利用了勾股定理的逆定理，即通过数据运算推证位置关系，这在近几年立几大题的试题呈现上算是一种突破，这样的微小变化值得肯定，为防止立几命题八股化做了有益的尝试.

第 17 题解析几何题延续了去年的命题思路，仍放在解答题第三题的位置进行考查，且回避了学生反复操练并畏惧繁琐计算的热点问题（定性定量问题），考查了更为基本的椭圆方程及离心率问题，其中第(1) 小问中不能直接由 $BF_2=\sqrt{3}$ 写出 $a=\sqrt{3}$，需要详细的推理过程；第(2) 小问类似于 2009 年江苏卷的第 13 题，对符号化运算、数式化简变形能力要求仍然较高，本题除了标准答案的解法，其实可以由相似椭圆（离心率相同）的特性，不仿令 $b=1$ 后再求解，这样可以减少一定的运算量.

第 18 题既可用解三角形的知识，亦可在坐标系下用坐标求解，对数学建模有较高要求，第(2)问在等与不等之间寻求问题的解，试题图形源于教材上直线与圆的一道例题，问题情景新颖，交汇性强，考查了数学模型及运用数学知识解决实际问题的能力，延续了去年应用题的编拟风格. 当然，该题单纯运用初中知识亦能解决.

第19题第(3)问须先求得a的范围($\frac{e+e^{-1}}{2}$, $+\infty$),再比较e^{a-1}与a^{e-1}的大小,这样的设置编题方式与去年函数把关题基本一致.问题的关键是将字母a看做新的变量,用函数的思想加以解决,这对灵活运用函数、深刻理解函数思想提出较高要求,具体思路的生成过程如下:不妨假设$e^{a-1}>a^{e-1}$,等价于$(e-1)\ln a-a+1<0$,即化归为比较关于a的函数$p(a)=(e-1)\ln a-a+1(a>\frac{e+e^{-1}}{2})$的最大值与0的大小问题,可用导数知识进一步求解.

第20题第(3)问属于论证存在性问题,只要构造出满足题意的两个等差数列,如何构造才是思路探求的关键,首先考虑什么样的等差数列是"H数列"? 设$a_n=a_1+(n-1)d$(显然$d\neq 0$),其前n项和$S_n=\frac{n(n+1)}{2}d+(a_1-d)n$,由$S_n=a_m$得$m=\frac{n(n+1)}{2}+(\frac{a_1}{d}-1)(n-1)$.若$\forall n\in \mathbf{N}^*$,使$m\in \mathbf{N}^*$,则有$\frac{a_1}{d}=-1,0,1,2,3,\cdots$即只有首项与公差的比值属于集合$P=\{-1,0,1,2,3,\cdots\}$的等差数列才是"$H$数列"! 故一般地,设$\frac{a_1}{d}=\lambda,\lambda\in P$,则$b_n=\frac{a_1}{\lambda}n+\frac{\lambda-1}{\lambda}a_1$,$c_n=(\frac{a_1}{\lambda}-d)(n-1)$.标准答案中取了$\lambda=1$的一种特殊情形,即$b_n=a_1n$,$c_n=(d-a_1)(n-1)$.事实上,这样构造出的两个等差数列并不唯一.另标准答案中第(2)问中验证$d=-1$符合题意是没有必要的,作为求解题可以略去.

2.3 附加题部分

第23题回避了前几年竞赛味较浓的集合与计数类问题,较为明确地考查了数学归纳法这一重要的数学方法,但同时回避了常规的数学归纳法题型,属于需要加强为更一般的问题来证明较容易的问题,与去年第23题的命制手法同出一辙.试题中所涉及的$\frac{\pi}{4}$其实不是问题的关键,它掩盖了问题的整体性质与本质属性,实则加大了解题难度.

3 对中学数学教学的启示

中学数学教学的目的是:使学生掌握基础知识和基本技能,培养学生数学能力,并形成正确的思想观点和良好的个性品质.为了达成此目的,就要让中学数学教学回归本源.

3.1 重视课堂教学,让学生学好第一遍

目前,新授课在高二第二学期期中考试前后就全部匆匆教完(学生吃了夹生饭),课上和数学毫不沾边的各种情景引入,伪合作探究,一讲到底的满堂灌现象仍然存在于课堂,课后大量重复低效的数学作业使得学生苦不堪言.表面上看,知识是教给了学生,但知识背后的数学思维能力却得不到相应的提升,而这种影响很难在考前复习中得以改变(因为很难炒熟夹生饭),这直接降低了数学教学的质量.

3.2 用好教材资源,使学生三基落到实处

高考命题十分重视回归教材,重视基本知识、方法的考查,不少试题直接源于教材,这种导向是正确的,值得肯定和重视.夯实基础,并不等同于做课本上的简单题,题中所蕴含的基本的数学思想方法要悟透,数学本质及其内在联系要弄清,难题化归到最后往往是最简单的问题,所谓深刻寓于简单便是如此.这就要求我们的新授课必须严格按照课程标准、教学要求踏踏实实地教好、学好,在这个过程中学生不仅要学得新知识,更要学会如何学习,并形成基本的数学思维模式,教师要利用好教材资源,而不仅是教教材,要充分挖掘教材中蕴含的数学思想方法,让学生感受知识的发生、发展过程,真正培养学生的数学思维能力.

3.3 改进解题教学,促学生思维真发展

问题是数学的心脏,解题是数学教学的核心.然而当前的高考复习中,随手拿来的数学问题(市面上泛滥的教辅资料题),缺乏思考的机械重复的题型模拟训练严重伤害了学生身心健康,课堂上的人为拓展、深挖洞亦不可取,师生往往因陷入题海而痛苦不堪.事实上,不少高三临考的学生(甚至是平时数学考分较高的学生)对一些基本的数学概念、公式、定义及其发生发展过程都不能说清楚,完全变成了解题应试的工具,忽略了对数学的本质理解,让学生形成了错误的数学观,严重影响了学生进入高校后的后续学习.

实现有意义的解题教学是促进思维发展的关键,通过解题,使得学生对数学本质、数学方法、数学思想有深刻的认识,提升思维的品质.

有效训练思维的敏捷性、灵活性、深刻性、批判性和独创性.要实现这样的目标,要求教师选好具有典型意义和普遍意义的问题,给学生充分的思考时间,让学生表达自己的想法并不断反思、优化解法,学会数学地思考问题,提高学生掌握一般思维方法和数学特殊思维方法的水平,营造浓烈的解题探究氛围,形成有效的数学思维模式.